

線形代数講義 2 刷への訂正と追加の一覧表

p.36, 下から 6 行目 線形写像 (2.4) を \implies p.30 の線形写像を

p.36, 下から 3 行目 tr を索引語に加える

p.36, 下から 1 行目の最後に以下を続ける :

なお, もう一つの対角線はめったに使われないので, 主対角の主はしばしば略されます.

p.41, 左コラムの上から二つ目の矢印に付された説明文 :

第 2 式と第 1 式を交換 \implies 第 2 式と第 3 式を交換

(右コラムの対応する説明文は合っています.)

p.41, 左コラムの上から三つ目の矢印に付された説明文の 2 行目 :

第 2 式 - 第 1 式 $\times 2 \implies$ 第 2 式 - 第 3 式 $\times 2$

(右コラムの対応する説明文は合っています.)

p.43, 下から 6 行目 $3 \implies 4$

p.51, 上から 11 行目の最後に次を追加 :

(2.18) の代わりに $\langle a_1, \dots, a_n \rangle$ という記号もよく使われます.

なお, この記号は p.235 の問 4.5 の解答中で無断で使われていますが, そちらを訂正するのではなく, 上のように定義を補います. この訂正が 2 行に渡る場合は (2.17), (2.18) の二つの式, および図 2.1 の前後の空きで調節します.

p.62, 上から 1 行目, 問 2.15 の文章を次のように訂正: 更に \implies 上の定理に続けて更に

p.62, 下から 10 行目, 章末問題 5 の (1) $\lambda I \implies \lambda E$

(ただし世の中の文献では, 単位行列はしばしば I でも表されます.)

p.115, 上から 3 行目 $K^m \rightarrow K^n \implies K^n \rightarrow K^m$

p.116, 下から 2 行目 $\varphi \implies \Phi$

p.121, 上から 7 行目 最後に次を追加 :

ただし簡単のため $x_i = i, i = 0, 1, 2, 3$ とせよ.

p.121, 上から 9 行目 $a_m \implies a_n$

p.121, 上から 10 行目 $b_n \implies b_m$

p.121, 下から 6 行目 $b'_n \implies b'_m$

p.123, 下から 11 行目 $\Phi(b_j) \implies b_j$

p.128, 第 4 章の章末問題に次を追加 :

問題 4 R^4 の次のようなベクトルで張られた線型部分空間を考える :

$$V = \left\langle \begin{pmatrix} 2 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ 1 \\ 1 \\ 3 \end{pmatrix} \right\rangle, \quad W = \left\langle \begin{pmatrix} 1 \\ 0 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 \\ -1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix} \right\rangle$$

- (1) V, W の次元を求める.
- (2) $V \cap W$ の基底を一つ与えよ.
- (3) $V \cap W$ には含まれないようなベクトルを V, W から適当に選び, (2) で与えたものと合わせて R^4 全体の基底となるようにせよ.

問題 5 (部分空間に関する次元公式) V, W をある線形空間の二つの線形部分空間とすると, 次を示せ :

$$\dim V + \dim W = \dim(V + W) + \dim V \cap W$$

[ヒント : $V \cap W$ の基底を V, W のそれぞれに延長せよ .]

問題 6 s 個の線形部分空間の直和を s に関する帰納法で, (1) $V_1 \dot{+} V_2$ は定義 4.8 により, (2) $s - 1$ 個までの直和が定義されたら, $V_1 \dot{+} \cdots \dot{+} V_{s-1} \dot{+} V_s = (V_1 \dot{+} \cdots \dot{+} V_{s-1}) \dot{+} V_s$ として, 定義する. このとき次は同値なことを示せ.

- (1) $V = V_1 \dot{+} \cdots \dot{+} V_s$.
- (2) $V = V_1 + \cdots + V_s$, かつ, 各 $i = 1, \dots, s$ に対し, $V_i \cap \sum_{j \neq i} V_j = \{0\}$.
- (3) 任意の $a \in V$ に対し $a_j \in V_j, j = 1, \dots, s$ で $a = a_1 + \cdots + a_s$ となるものがただ一組定まる.

[ヒント : (1) \implies (3) を帰納法で示せば, 後は容易.]

p.131, 下から 7 行目 “ $k(k-1) \neq 0$ を満たす ” を削除.

p.136, 下から 11 行目 “ 重複度と呼ぶ. ” に続けて以下の文を挿入 :
(重複度 1 とは重複していないことを意味し, 単純固有値とも言う.)

p.138, 下から 3 行目 $(\lambda_j E - A)^\nu \implies \text{rank}(\lambda_j E - A)^\nu$

p.141, 下から 5 行目 定理 5.10 のステートメントの続きとして次を追加：
すなわち V の元は $V_j, j = 1, \dots, s$ の元の和として唯一通りに表される
(第 4 章章末問題 6 参照).

p.141, 下から 1 ~ 3 行目 補題 5.11 の内容を次と取り替え：
 $\alpha_1, \dots, \alpha_t$ は互いに異なり, かつ $(\alpha_j - \Phi)^{k_j} \mathbf{a}_j = \mathbf{0}, j = 1, \dots, t$ なら,
 $\mathbf{a}_i = \sum_{j \neq i} \mathbf{a}_j$ から $\mathbf{a}_i = \mathbf{0}$ が従う. 従って特に, $i \neq j$ なら $V_i \cap V_j = \{\mathbf{0}\}$.

p.142, 上から 1 行目 $(\lambda - x)^k, (\mu - x)^l \implies (\alpha_i - x)^{k_i}$ と $\prod_{j \neq i} (\alpha_j - x)^{k_j}$

p.142, 上から 2 行目 $f(x)(\lambda - x)^k + g(x)(\mu - x)^l$
 $\implies f(x)(\alpha_i - x)^{k_i} + g(x) \prod_{j \neq i} (\alpha_j - x)^{k_j}$

p.142, 上から 3 行目 よって $\mathbf{a} \in V_i \cap V_j$ なら \implies よって

p.142, 上から 4 行目 式全体を次と取り替え：

$$\begin{aligned} \mathbf{a}_i &= I \mathbf{a}_i = f(\Phi)(\alpha_i - \Phi)^{k_i} \mathbf{a}_i + g(\Phi) \prod_{j \neq i} (\alpha_j - \Phi)^{k_j} \mathbf{a}_i \\ &= f(\Phi)(\alpha_i - \Phi)^{k_i} \mathbf{a}_i + g(\Phi) \prod_{j \neq i} (\alpha_j - \Phi)^{k_j} \sum_{j \neq i} \mathbf{a}_j = \mathbf{0}. \quad \square \end{aligned}$$

p.142, 下から 1 ~ 3 行目 “これが直和で ... による.” を次と取り替え：
もし $\mathbf{a} = \mathbf{a}'_1 + \dots + \mathbf{a}'_t$ でもあれば, $\mathbf{a}'_i - \mathbf{a}_i = \sum_{j \neq i} (\mathbf{a}_j - \mathbf{a}'_j)$ より前補題
から $\mathbf{a}'_i = \mathbf{a}_i$.

p.146, 上から 10 行目の次に下記の 1 行を挿入：

◇ $n - \text{rank}(A - \lambda E)$ はブロックの総数を与える .

p.146, 下から 16 行目 ブロックの \implies サイズが 2 以上のブロックの

p.167, 上から 2 行目 末尾に「次の式により定める：」を追加する. (これにより 1 行削除し, 以下の訂正挿入をしやすくするため.)

p.167, 上から 4 行目 「で定義する。」を削除し、代わりに以下を挿入する：
 Schwarz の不等式 $|(x, y)| \leq \|x\| \|y\|$ により、上の式の右辺の絶対値は 1 以下
 であることに注意しましょう。この不等式は、内積の抽象的性質だけを用いて、
 例えば、 $0 \leq \| \|y\|x \pm \|x\|y \|^2 = 2\|x\|^2\|y\|^2 \pm 2\|x\| \|y\|(x, y)$ から導けます。

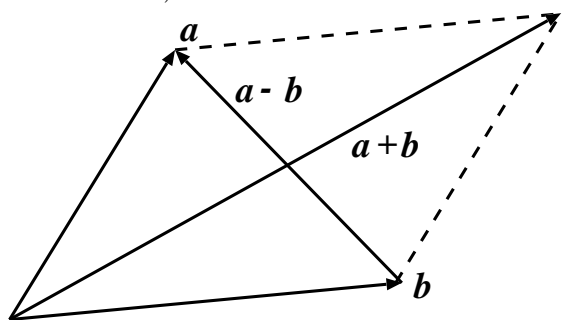
p.168, 上から 8 行目 基底を \implies 正規直交基底を

p.171, 上から 3 行目 行末に次の文を追加する：
 エルミート行列の固有値も実数となる。

p.189, 下から 7 行目 ± 1 である。また \implies 絶対値が 1 である。更に

p.214, 下から 8 行目 $PGL(2, \mathbf{R}) \implies PGL(3, \mathbf{R})$

p.218, ページ上方の図 B.1 $a + b$ と $a - b$ の位置を修正し、解答のベクトルにもっと近づける。
 (第 2 刷の方が初刷より位置ずれが大きくなっています。著者の用意した下記原図を参考に修正
 してください。)



p.218, ページ上方の図 B.1, B.2

太線のベクトルの矢印部分を少し大きくし、見易くする。

(B.2 の $x + y$ が異様に太くなっていますが、他のベクトルと太さを合わせて下さい。)

p.219, 上から 8 行目 と (5) で求めた \implies と (4) で求めた

p.222, 上から 5 行目の冒頭 $S_n - n^3 + 1 \implies S_n - n^3$

p.223, 下から 9 行目 中程の行列の第 (2, 4) 成分の最後の u を取る. 詳しくは, 次のように修正する:

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & a \\ 0 & 1 & 1 & \frac{2a-b}{3}u \\ 0 & 0 & b-2 & \frac{3-a-b}{3} \end{pmatrix} \implies \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & a \\ 0 & 1 & 1 & \frac{2a-b}{3} \\ 0 & 0 & b-2 & \frac{3-a-b}{3} \end{pmatrix}$$

p.224, 上から 7 行目 問 2.12 の後に (1) を追加する.

p.224, 上から 9 行目 $3a - 13 = a + b - 4 = 0$, すなわち, $a = 13/3, b = -1/3$ なら
 $\implies 3a - 13 = 8(a + b - 4)$, すなわち, $5a + 8b = 19$ のときは

p.225, 下から 8 行目 問 2.4 \implies 問 2.6

p.227, 上から 1 行目の行列式の第 1 列 $\begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \end{pmatrix} \implies \begin{pmatrix} 1 \\ a \\ a^2 \end{pmatrix}$

p.232, 下から 7 行目 二つの行列式の右下の成分 x_n を $-x_n$ にする.

p.237, 上から 1 行目, および 2 行目の $[p_1, p_2, p_3, p_4] \implies [p_0, p_1, p_2, p_3]$

p.237, 上から 1 行目の行列の第 2 列を一斉に 3 倍したものと取り換える. すなわち, 次のような行列にする:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ -\frac{11}{6} & 3 & -\frac{3}{2} & \frac{1}{3} \\ 1 & -\frac{5}{2} & 2 & -\frac{1}{2} \\ -\frac{1}{6} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{2} & \frac{1}{6} \end{pmatrix}$$

p.237, 上から 2 行目の行列の第 2 行を 1 1 1 1 と取り換える. すなわち, 次のような行列にする:

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 4 & 8 \\ 1 & 3 & 9 & 27 \end{pmatrix}$$

p.239, 上から 13 行目 $1 + (k-1)x$ の後にピリオドを付ける.

p.239, 下から 4 行目 $S = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ -1 & -4 \end{pmatrix} \implies S = \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & -4 \end{pmatrix}$

p.239, 下から 2 行目 中程の行列 A の第 (3, 3) 成分の 1 を -1 にする.

p.247, 上から 4 行目 行列の第 2 列を次のように修正 :

$$\begin{array}{c} -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ -\frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{array} \implies \begin{array}{c} \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \\ \frac{1}{2} \end{array}$$

p.263, 索引の右コラム Span の次に以下の 1 行を加える :

tr 36