

## 応用解析学特論レポート問題

次の中から2題以上を選んで解答せよ。ただし、演習の単位も取りたい人は、4題以上を選んで解答せよ。

問題1 (1) 次の積分作用素は, Banach 空間  $X = C[0, 1]$  上のコンパクト作用素となることを示せ。

$$Tf(x) := \int_0^1 (x-y)e^{x-y}f(y)dy.$$

(2)  $T$  の像  $T(X)$ , 及び核  $T^{-1}(0)$  を決定せよ。

問題2 前問の  $T$  について, 0 以外の固有値と固有ベクトルを求めよ。

問題3 不動点定理を用いて,  $C[0, 1]$  上の次の積分方程式の解がただ一つ存在することを示せ:

$$\int_0^x \sin(xy)f(y)dy = f(x).$$

問題4 Banach 空間  $X$  が有限次元であることと, その単位球  $\{x \in X; \|x\| \leq 1\}$  がコンパクトになることとは同値であることを証明せよ。

問題5 Alaoglu または Tihonov の伝記を調べよ。

問題6 自分の現在の研究の内容を A4 2 ページ以内で報告せよ。

その他, 講義中に黒板に書いた問題のすべて。