問題 7 平面の三角形 K の 3 辺の中点を (x_L, y_L), (x_M, y_M), (x_N, y_N) とするとき, 次の数値積分公式を証明せよ.

$$\begin{aligned}
\iint_K f(x,y)dxdy &= \frac{f(x_L,y_L)+f(x_M,y_M)+f(x_N,y_N)}{3} + R_3 h^3 |K|, \\
|R_3| &\leq \frac{1}{6} \sum_{|\alpha|=3} \sup_{(x,y)\in K} |f^{(\alpha)}(x,y)|
\end{aligned}$$

[ヒント： f が 2 次式のとき, 誤差無しで成り立つことをまず示せ.]